

Problema 9.1

	Soluție	
a)	<p>Pentru cunoașterea definiției densității $\rho = \frac{m}{V}$, $\Rightarrow m = \rho V$ (1) (0.25 p.)</p> <p>Pentru expresia volumului scândurii $V = S \cdot l$ (2) (0.25 p.)</p> <p>Pentru determinarea din (1) și (2) a masei scândurii</p> $m = \rho \cdot S \cdot l = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,0025 \text{ m}^2 \cdot 1 \text{ m} = 2 \text{ kg} \quad \text{(0.5 p.)}$	1.0 p.
b)	<p>Pentru cunoașterea faptului că un corp în stare de mișcare efectuează lucru mecanic</p> $L = E_{c,fin} - E_{c,in} \quad (3) \quad \text{(0.5 p.)}$ <p>Pentru expresiile energiei cinetice la momentele inițial și final ale mișcării:</p> $E_{c,in} = \frac{mv_0^2}{2}; \quad E_{c,fin} = 0 \quad (4) \quad \text{(0.25 p.)}$ <p>Pentru expresia lucrului efectuat de forța de frecare $L = -F_{fr} \cdot d = -\mu mgd$ (5) (0.25 p.) Pentru determinarea distanței parcurse de scândură la mișcarea până la oprire folosind relațiile (3) – (5):</p> $d = \frac{v_0^2}{2\mu g} \quad (6) \quad \text{(1.0 p.)}$ <p>Pentru aplicarea expresiei (6) la determinarea distanței parcurse pe gheață și pe asfalt: $d_g = \frac{v_0^2}{2\mu_g g} = \frac{4}{2 \cdot 0,05 \cdot 10} = 4 \text{ m}; \quad d_a = \frac{v_0^2}{2\mu_a g} = \frac{4}{2 \cdot 0,4 \cdot 10} = 0,5 \text{ m}$ (0.5 p.)</p>	2.5 p.
c)	<p>Pentru observarea faptului că scândura este omogenă și masa ei este uniform distribuită pe toată lungimea, astfel încât masa porțiunii cu lungimea x este</p> $m_x = \frac{m \cdot x}{l} \quad \text{(0.5 p.)}$ <p>Pentru expresia forței de frecare $F_{fr} = -\mu m_x g = \frac{\mu mg \cdot x}{l}$ (0.5 p.)</p> <p>Pentru observarea faptului că deoarece forța de frecare depinde direct proporțional de x, lucrul ei mecanic poate fi exprimat prin valoarea medie a acesteia:</p> $L = -F_{fr,med} \cdot d = -\frac{F_{fr,in} + F_{fr,fin}}{2} \cdot d \quad (7) \quad \text{(1.0 p.)}$ <p>Pentru expresia forței de frecare în poziția inițială, când scândura se află în întregime pe gheață:</p> $F_{fr,in} = \mu_g mg \quad \text{(0.5 p.)}$ <p>Pentru expresia forței de frecare în poziția finală, când scândura se află parțial pe gheață și parțial pe asfalt după parcurgerea distanței d:</p> $F_{fr,fin} = \frac{\mu_g mg(l-d)}{l} + \frac{\mu_a mgd}{l} \quad \text{(0.5 p.)}$ <p>Pentru obținerea din (7) a expresiei lucrului mecanic efectuat la mișcarea scândurii</p> $L = -\frac{\mu_g mg \cdot l + \mu_g mg(l-d) + \mu_a mgd}{2l} \cdot d = -\mu_g mgd - \frac{1}{2l}(\mu_a - \mu_g)mgd^2 \quad (8) \quad \text{(0.5 p.)}$ <p>Pentru introducerea (8) și (4) în (3) și obținerea ecuației pentru determinarea distanței parcurse de scândură:</p> $\mu_g mgd + \frac{1}{2l}(\mu_a - \mu_g)mgd^2 = \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow (\mu_a - \mu_g)d^2 + 2\mu_g ld - \frac{lv_0^2}{g} = 0 \quad (9) \quad \text{(1.0 p.)}$ <p>Pentru introducerea valorilor numerice în (9) și rezolvarea ecuației de gradul doi obținute:</p> $0,35d^2 + 0,1d - 0,4 = 0 \Rightarrow d \approx 0,936 \text{ m} \quad \text{(0.5 p.)}$	5.0 p.
d)	<p>Pentru determinarea lucrului mecanic efectuat la mișcarea scândurii când aceasta pătrunde complet pe asfalt ($d = l$), folosind (8):</p> $L = -\mu_g mgl - \frac{1}{2l}(\mu_a - \mu_g)mgl^2 = -\frac{1}{2}(\mu_a + \mu_g)mgl \quad (10) \quad \text{(0.5 p.)}$ <p>Pentru determinarea vitezei minime care trebuie comunicată scândurii în acest caz, folosind (10) și (3):</p> $-\frac{1}{2}(\mu_a + \mu_g)mgl = 0 - \frac{mv^2}{2} \quad \text{(0.5 p.)} \Rightarrow v = \sqrt{(\mu_a + \mu_g)gl} = \sqrt{0,45 \cdot 10 \cdot 1} \approx 2,12 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{(0.5 p.)}$	1.5 p.
	Total max	10.0 p.